# Le ressort vertical.

Dans le cas du ressort posé horizontalement, il ne faut pas tenir compte des forces verticales de gravitation, car il n'y a pas d'autres forces que celle du ressort. Si $x_0$ est la position d'équilibre du ressort. C'est la position d'équilibre est la position naturel du ressort au repos. Si on éloigne la masse en $x$, on a les formules suivantes :

Force de rappel : $F_{rap} = -k\left(x - x_0\right)$

Energie potentielle élastique : $U_e = \frac{1}{2}k\left(x - x_0\right)^2$

Energie mécanique totale : $E = U_{e,\max} = \frac{1}{2}kA^2 \qquad (A\text{: amplitude})$

Pour le ressort vertical, il faut tenir compte des forces gravitationnelles. On montre que si l'on considère comme point équilibre ($x_{éq}$), la position au repose du ressort soumis à une force $F_{grav} = mg$, on retrouve les mêmes formules que pour le ressort horizontal :

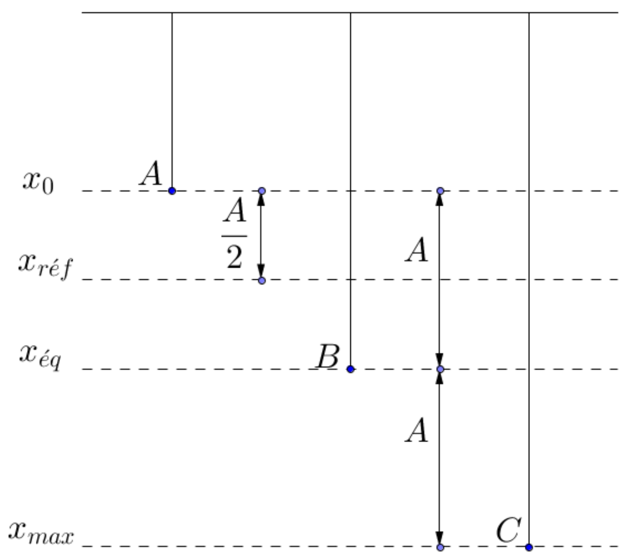
Force de rappel : $F_{rap} = -k\left(x - x_{éq}\right)$

Energie potentielle : $U = \frac{1}{2}k\left(x - x_{éq}\right)^2$

Energie mécanique totale : $E = U_{\max} = \frac{1}{2}kA^2 \qquad (A\text{: amplitude})$

Pour obtenir ces formules, il faut choisir de façon adéquate la position de référence pour l'énergie potentielle gravifique $U_p$ (Ce que l'on peut faire car ce point de référence est arbitraire). Par contre pour l'énergie potentielle élastique ($U_e$), il faut prendre la position naturelle du ressort $x_0$.
$U$ est alors définit par $U = U_e + U_p$.

Cela revient donc à prendre une référence pour l'énergie potentielle de gravitation telle qu'au point d'équilibre, on a $U_p + U_e = 0$




Pour résoudre ton problème, je vais prendre un exemple numérique, en tenant compte que l'énergie cinétique vaut $T = 12\ \text{J}$ en $B$.

Soit un ressort de constante $k = 600$ N/m. La position du ressort est $x_{éq} = 0.2$ m. Dans notre cas c'est aussi l'amplitude $A$ du mouvement. L'énergie potentielle maximale est alors :

$$U = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}\times 600\times 0.2^2 = 12 \text{ J}$$

(Je n'ai évidemment pas choisi les valeurs au hasard).

Les valeurs de $U_e$ sont alors assez faciles à calculer :

$$\text{En } A = x_0 \qquad U_e = 0$$

$$\text{En } B = x_{éq} \qquad U_e = \frac{1}{2}kA^2 = 12 \text{ J}$$

$$\text{En } C = x_{\max} \qquad U_e = \frac{1}{2}k(2A)^2 = 48 \text{ J}$$

On peut alors déjà établir le tableau suivant

| | Position | Elongation | $T$ | $U_p$ | $U_e$ | $E$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $A$ | $x_0$ | $A$ | 0 | 12 | 0 | 12 |
| | $x_{réf}$ | | | | | 12 |
| $B$ | $x_{éq}$ | 0 | 12 | $-12$ | 12 | 12 |
| $C$ | $x_{\max}$ | $-A$ | 0 | $-36$ | 48 | 12 |

Nous pouvons alors facilement voir que le point de référence pour l'énergie potentielle est situé à une élongation de $A/2$. Pour cette élongation, nous avons

$$U_e = 0; U_p = \frac{1}{2}k\left(\frac{A}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\times 600\times\left(\frac{0.2}{2}\right)^2 = 3 \text{ J}$$

Terminons le tableau :

| | Position | Elongation | $T$ | $U_p$ | $U_e$ | $E$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $A$ | $x_0$ | $A$ | 0 | 12 | 0 | 12 |
| | $x_{réf}$ | $A/2$ | 9 | 0 | 3 | 12 |
| $B$ | $x_{éq}$ | 0 | 12 | $-12$ | 12 | 12 |
| $C$ | $x_{\max}$ | $-A$ | 0 | $-36$ | 48 | 12 |