

Le microscope

Rappels

Le grossissement G d'un microscope est égal au produit du grandissement linéaire \mathcal{G}_1 de son objectif par le grossissement G_2 de son oculaire.

$$G = \mathcal{G}_1 \cdot G_2 \quad (1)$$

Le grandissement linéaire \mathcal{G} est le rapport des dimensions de l'image i et de l'objet o .

$$\mathcal{G} = \frac{i}{o}$$

(Le terme grandissement est normalement réservé à la comparaison entre deux longueurs.)

Dans le cas du microscope, on montre que \mathcal{G} est égal au rapport de L (distance séparant les foyers intérieurs de l'objectif et de l'oculaire) et de la distance focale f_1 de l'objectif.

$$\mathcal{G} = \frac{i}{o_1} = \frac{L}{f_1}$$

Le gain est le rapport des tangentes des angles selon lesquels on voit l'image et l'objet.

$$g = \frac{\tan \alpha'}{\tan \alpha}$$

Le grossissement (où grandissement angulaire) est le rapport des angles selon lesquels on voit l'image et l'objet.

$$G_2 = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

Dans la plupart des cas, les angles sont très petits. Dès lors gain et grossissement désignent la même chose.

$$g = \frac{\tan \alpha'}{\tan \alpha} = \frac{\alpha'}{\alpha} = G_2 \quad \text{car } \alpha \text{ et } \alpha' \text{ sont en général très petits}$$

On montre que dans le cas de l'oculaire (l'oculaire est une loupe) que le grossissement (ou le gain) est égal au rapport de la distance minimale de vision d_m . (le punctum proximum est en général pris égal à 25 cm) et la distance focale f_2 (dans l'hypothèse où l'œil est collée à l'oculaire).

$$g = G_2 = \frac{d_m}{f_2}$$

La relation (1) devient alors :

$$G = \frac{L}{f_1} \cdot \frac{d_m}{f_2}$$

La puissance Π d'un microscope est définie par :

$$\Pi = \frac{G}{d_m} = \frac{L}{f_1 f_2}$$

Et si $d_m = 25$ cm, alors : $\Pi = 4 \cdot G$

Exercice

Un microscope est constitué d'un objectif O_1 et d'un oculaire O_2 de 30 mm de distance focale et limité par un diaphragme de 4 mm de diamètre placé contre l'oculaire.

L'oculaire O_2 est à 210 mm du foyer image de l'objectif F_1' . On suppose que l'œil est placé au foyer image F_2' de l'oculaire.

- Quelle est la distance focale de l'objectif sachant que la puissance Π du microscope est de 1200 dioptries ?
- Où doit-on placer un objet pour qu'il soit aperçu à travers le microscope par un observateur myope dont les limites de vision distinctes sont de 40 cm et de 18 cm ?
- Quelle dimension maximum peut avoir un objet pour qu'il soit vu intégralement par cet observateur dans le microscope ?
- Où doit-on, enfin, placer l'objet pour que l'image donnée par le microscope se forme sur un écran placé à 1 m de l'oculaire ? Quel est le grandissement obtenu ?

Solution

Les indices 1 et 2 désignent respectivement l'objectif et l'oculaire.

$$a) \Pi = \frac{G}{d_m} = \frac{L}{f_1 f_2} \Rightarrow f_1 = \frac{L}{\Pi \cdot f_2} = \frac{210 - 30}{1200 \times 30} = 5 \times 10^{-3} \text{ m} = 5 \text{ mm}$$

b) 1) pour 40 cm

L'image i_2 se trouve à 400 mm de l'œil donc de F_2' du côté droit.

Par rapport à l'oculaire, on a alors $p'_2 = 400 - 30 = 370 \text{ mm}$

$$\text{Au niveau de l'oculaire : } \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'_2} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p'_2 \cdot f_2}{p'_2 - f_2} = \frac{-370 \times 30}{-370 - 30} = 27.75 \text{ mm}$$

Au niveau de l'objectif :

Distance D entre l'objectif et l'oculaire : $D = 210 + 5 = 215 \text{ mm}$

Alors : $p'_1 = D - p_2 = 215 - 27.75 = 187.25 \text{ mm}$

$$\Rightarrow p_1 = \frac{p'_1 f_1}{p'_1 - f_1} = \frac{187.25 \times 5}{187.25 - 5} = 5.137 \text{ mm}$$

2) pour 18 cm

$p'_2 = 180 - 30 = 150 \text{ mm}$

$$p_2 = \frac{p'_2 \cdot f_2}{p'_2 - f_2} = \frac{-150 \times 30}{-150 - 30} = 25 \text{ mm}$$

$p'_1 = 215 - 25 = 190 \text{ mm}$

$$p_1 = \frac{p'_1 f_1}{p'_1 - f_1} = \frac{190 \times 5}{190 - 5} = 5.135 \text{ mm}$$

On placera l'objet entre 5.135 et 5.137 mm de l'objectif.

c) L'oeil étant placé au foyer F'_2 , il voit selon un angle maximum défini par le diaphragme

$$\alpha_1 = \arctan \frac{y_1}{f_2} = \arctan \frac{2}{30} = \frac{1}{15} \text{ rad} \quad \text{où } y_1 \text{ est ici le rayon du diaphragme}$$

Pour notre myope, la grandeur de l'image est donc : $i_2 = 180 \times \frac{1}{15} = 12 \text{ mm}$

Pour l'oculaire, la grandeur de l'objet o_2 est : $o_2 = \frac{p_2}{p'_2} i_2 = \frac{25}{150} \times 12 = 2 \text{ mm}$

Le grossissement de l'oculaire est donc de 6. Ce que nous aurions pu calculer à partir

$$\text{de } G_2 = \frac{d_m}{f_2} = \frac{180}{30} = 6$$

Passons à l'objectif, $i_1 = o_2 = 2$. Or $\frac{i_1}{o_1} = \frac{p'_1}{p_1} = \frac{190}{5.135} = 37$. C'est le grossissement \mathcal{G}

de l'objectif. Dès lors, $o_1 = \frac{i_1}{37} = \frac{o_2}{37} = \frac{2}{37} = 0.054 \text{ mm}$.

Pour la totalité du diaphragme : $o_2 = 0.054 \times 2 = 0.108 \approx 0.11 \text{ mm}$.

On pouvait dire aussi que la grossissement du microscope pour notre myope est :

$$G = \mathcal{G} \cdot G_2 = 37 \times 6 = 222 \Rightarrow o_2 = \frac{12}{222} = 0.054 \text{ mm} \Rightarrow 0.11 \text{ mm}$$

$$d) \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'_2} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p'_2 f_2}{p'_2 - f_2} = \frac{1000 \times 30}{1000 - 30} = 30.928 \text{ mm}$$

$$p'_1 = 215 - 30.928 = 184.072$$

$$p_1 = \frac{184.072 \times 5}{184.072 - 5} = 5.14 \text{ mm}$$

$$i_2 = \frac{p'_2}{p_2} o_2 = \frac{1000}{30.928} o_2 = 32.333 o_2$$

$$i_1 = \frac{p'_1}{p_1} o_1 = \frac{184.072}{5.14} o_1 = 35.811 o_1$$

$$\text{Or } i_1 = o_2 \Rightarrow G = \frac{i_2}{o_1} = 32.333 \times 35.811 = 1157.9$$