Géométrie analytique dans l'espace.

• *Points*

Soit les points $P_1(x_1,y_1,z_1)$ et $P_2(x_2,y_2,z_2)$

Distance entre deux points	$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$
Milieu de P_1P_2	$\left(\dfrac{x_1+x_2}{2},\ \dfrac{y_1+y_2}{2},\ \dfrac{z_1+z_2}{2}\right)$
Quatre points sont coplanaires SSI	$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix} = 0$
Distance entre un point P_1 et une droite a, de vecteur directeur $\vec{d}$ unitaire	$\sqrt{\overrightarrow{P_1P_2}^2-(\overrightarrow{P_1P_2}\otimes\vec{d})^2}\quad P_2\in a$ On notera que $\overrightarrow{P_1P_2}^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2$ $\overrightarrow{P_1P_2}\otimes\vec{d}=a(x_2-x_1)+b(y_2-y_1)+c(z_2-z_1)$

Distance d'un point à un plan $ax+by+cz+d=0$

$$\frac{|ax_1+by_1+cz_1+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

• *Directions*

Une direction $\vec{u}$ est définie par les coordonnées (a,b,c)

Parallèles	$\dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{b_1}{b_2}=\dfrac{c_1}{c_2}$
Perpendiculaires	$a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2=0$

• *Droite*

Définie par un point et une direction Droite d ; point P, $\vec{u}$ vecteur directeur	Équation implicite $\dfrac{x-x_1}{a}=\dfrac{y-y_1}{b}=\dfrac{z-z_1}{c}$ Équation vectorielle $\overrightarrow{AX}=k\vec{u}$ Équations paramétriques $\begin{cases} x-x_1=ka \\ y-y_1=kb \\ z-z_1=kc \end{cases}$

Distance entre 2 droites

Droite d, point P, $\overline{u}_d$ vecteur directeur

Droite d', point P', $\overline{u}_{d'}$ vecteur directeur

* vecteur unitaire normal $\vec{n}=\overline{u}_d\wedge\overline{u}_{d'}$ $\quad \vec{i}_n=\dfrac{\vec{n}}{|\vec{n}|}$

• $d(d,d')=\vec{i}_n\bullet\overrightarrow{PP'}$

Définie par deux points P_1 et P_2	$\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}=\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{z-z_1}{z_2-z_1}$ ou bien l'équation vectorielle $\overrightarrow{AX}=k\overrightarrow{P_1P_2}$ X point quelconque de d. Équations paramétriques $\begin{cases} x-x_1=k(x_2-x_1) \\ y-y_1=k(y_2-y_1) \\ z-z_1=k(z_2-z_1) \end{cases}$
Équations paramétriques	$x=x_1+ta; \quad y=y_1+tb; \quad z=z_1+tc$
Équations implicites	$\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0 \\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0 \end{cases}$
Direction d'une droite	$(B_1C_2-C_1B_2; \quad C_1A_2-A_1C_2; \quad A_1B_2-B_1A_2)$

- ***Plan***

Équation implicite	$Ax+By+Cz+D=0$
Direction normale au plan	$(A, \quad B, \quad C)$
Perpendiculaire à Oyz	$By+Cz+D=0$
Perpendiculaire à Oxz	$Ax+Cz+D=0$
Perpendiculaire à Oxy	$Ax+By+D=0$
Perpendiculaire à l'axe x	$Ax+D=0$
Perpendiculaire à l'axe y	$By+D=0$
Perpendiculaire à l'axe z	$Cz+D=0$
Défini par un point P_1 et une direction $\vec{u}\,(a,b,c)$ perpendiculaire	$a(x-x_1)+b(y-y_1)+c(z-z_1)=0$ ou bien l'équation vectorielle $\overrightarrow{P_1X}\oplus\vec{u}=0 \qquad \overrightarrow{P_1X}\in\pi; \vec{u}\in\pi$
Défini par un point P_1 et deux directions $\overrightarrow{u_1}\,(a_1,b_1,c_1)$ et $\overrightarrow{u_2}\,(a_2,b_2,c_2)$	$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}=0$ ou bien l'équation vectorielle $\overrightarrow{P_1X}=k_1\overrightarrow{u_1}+k_2\overrightarrow{u_2}$ X est un point quelconque de π Équations paramétriques $\begin{cases} x-x_1=ka_1+ha_2 \\ y-y_1=kb_1+hb_2 \\ z-z_1=kc_1+hc_2 \end{cases}$

Défini par deux points et une direction	$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \end{vmatrix} = 0$
Défini par trois points	$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$ ou bien, la forme équivalente : Equ $\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$ ou bien l'équation vectorielle $\overrightarrow{P_1X} = k\overrightarrow{P_1P_2} + h\overrightarrow{P_1P_3}$ X est un point quelconque de π
Deux plans sont parallèles SSI	$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$
Deux plans sont perpendiculaires SSI	$A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$
Angle formé par deux plans	$\cos\theta = \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$
Distance entre un point et un plan	$\frac{Ax_1 + By_1 + Dz_1 + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$ Ou sous forme vectorielle $\left\|\overrightarrow{P_1P_2} \otimes \vec{u}\right\|$ $P_2 \in \pi$

• *Sphère*

Centrée à l'origine	$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$
De centre P_1	$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = r^2$
Équation implicite	$Ax^2 + Ay^2 + Az^2 + Dx + Ey + Fz + M = 0$
Centre	$(-D/2, -E/2, -F/2)$
Rayon	$r = \sqrt{D^2/4 + E^2/4 + F^2/4 - M}$
Définie par un diamètre P_1P_2	$(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) + (z - z_1)(z - z_2) = 0$