Fonctions trigonométrique – Détermination de la période.

Rappel

$\sin(x)$ et $\cos(x)$ sont de période 2π

$\tan(x)$ et $\cot(x)$ sont de période π

Méthode

On cherche le plus petit *p* tel que *f*(*x*+*p*)=*f*(*x*)

Exemples

1) $f(x)=\sin(3x)$

On remplace x par $x+p$. On doit avoir :

$$f(x)=\sin\underbrace{\left[3(x+p)\right]}_{\text{On remplace } x \text{ par } x+p}=\sin\underbrace{(3x+2\pi)}_{\sin x \text{ est de période } 2\pi}$$

$$\Rightarrow 3(x+p)=3x+2\pi \Rightarrow 3p=2\pi \Rightarrow \boxed{p=\frac{2\pi}{3}}$$

2) $f(x)=\cos\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{6}\right)$

On remplace x par $x+p$. On doit avoir :

$$f(x)=\cos\underbrace{\left(\frac{x+p}{3}+\frac{\pi}{6}\right)}_{\text{On remplace } x \text{ par x+p}}=\cos\underbrace{\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{6}+2\pi\right)}_{\cos x \text{ est de période } 2\pi}$$

$$\Rightarrow \frac{x+p}{3}+\frac{\pi}{6}=\frac{x}{3}+\frac{\pi}{6}+2\pi \Rightarrow \frac{p}{3}=2\pi \Rightarrow \boxed{p=6\pi}$$

3) $f(x)=\tan\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{6}\right)$

On remplace x par $x+p$. On doit avoir :

$$f(x)=\tan\underbrace{\left(\frac{x+p}{3}+\frac{\pi}{6}\right)}_{\text{On remplace } x \text{ par x+p}}=\tan\underbrace{\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{6}+\pi\right)}_{\tan x \text{ est de période } \pi}$$

$$\Rightarrow \frac{x+p}{3}+\frac{\pi}{6}=\frac{x}{3}+\frac{\pi}{6}+\pi \Rightarrow \frac{p}{3}=\pi \Rightarrow \boxed{p=3\pi}$$