Asymptotes horizontale et oblique.

Si $f(x)=\dfrac{N(x)}{D(x)}$, c'est-à-dire si la fonction est un quotient de deux polynômes en *x* de la forme

$$N(x)=\underbrace{a_n x^n}_{\substack{\text{1er terme}\\ \text{de degré } n}}+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots..+a_1x+a_0 \qquad \text{Polynôme de degré } n : d(N)=n$$

$$D(x)=\underbrace{b_m x^m}_{\substack{\text{1er terme}\\ \text{de degré } n}}+b_{m-1}x^{m-1}+\ldots..+b_1x+b_0 \qquad \text{Polynôme de degré } m : d(D)=m$$

Alors, la détermination des asymptotes devient simple :

		Exemple
$m>n$	Une asymptote horizontale : $y=0$. (Axe des *x*)	$f(x)=\dfrac{2x}{3x^2+x-1}$ $d(D)=2; d(N)=1 \Rightarrow m>n \Rightarrow AH \equiv y=0$
$m=n$	Une asymptote horizontale : $y=\dfrac{a_n}{b_m}$. (rapport des coefficients des plus hautes puissances)	$f(x)=\dfrac{2x^2+1}{3x^2+x-1}$ $d(D)=2, d(N)=2 \Rightarrow m=n \Rightarrow AH \equiv y=\dfrac{2}{3}$
$m+1=n$	Une asymptote oblique Méthode 1 : Formules de Cauchy. $\begin{cases} \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}=a \\ \lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x)-ax\right)=b \end{cases}$ $\Rightarrow AO \equiv y=ax+b$ Méthode 2 : On effectue la division euclidienne. L'*AO* est le quotient de la division	$f(x)=\dfrac{2x^3+1}{3x^2+x-1}$ <u>1er méthode</u> $a=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+1}{3x^3+x^2-x}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3}{3x^3}=\dfrac{2}{3}$ $b=\lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x)-ax\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x^3+1}{3x^2+x-1}-\dfrac{2}{3}x\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\cancel{6x^3}+3\cancel{-6x^x}-2x^2+2x}{3(3x^2+x-1)}$ $=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-2x^2+2x+3}{9x^2+3x-3}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-2x^2}{9x^2}=-\dfrac{2}{9}\Rightarrow AO\equiv y=\dfrac{2}{3}x-\dfrac{2}{9}$ <u>2ème méthode</u> $\begin{array}{cccc\|c} 2x^3 & & & +1 & \underline{3x^2+x-1} \\ \underline{2x^3} & \underline{\frac{2}{3}x^2} & \underline{-\frac{2}{3}x} & & \frac{2}{3}x-\frac{2}{9} \\ 0 & -\frac{2}{3}x^2 & +\frac{2}{3}x & & \\ & \underline{-\frac{2}{3}x^2} & \underline{-\frac{2}{9}x} & \underline{+\frac{2}{9}} & \\ & 0 & \frac{8}{9}x & +\frac{7}{9} & \end{array}$ $\Rightarrow f(x)=\underbrace{\dfrac{2}{3}x-\dfrac{2}{9}}_{AO}+\dfrac{\frac{8}{9}x+\frac{7}{9}}{3x^2+x-1}$
$m+1<n$	Pas d'asymptote horizontale ou oblique	$f(x)=\dfrac{2x^4+1}{3x^2+x-1}$ $d(D)+1=3, d(N)=4 \Rightarrow m+1<n$ $\Rightarrow$ Pas de AH ou AO

Jacques COLLOT – reussir@proximus.be – 0479 281 222