

Approximation de valeurs numériques

Formule générale : $f(x+dx) = f(x) + f'(x)dx$

Exemples : h est une valeur très petite. Entre parenthèse la valeur exacte.

$\sqrt{x+h} = \sqrt{x} + \frac{h}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{37} = \sqrt{36+1} = 6 + \frac{1}{2 \times 6} = 6.083 \text{ (6.083)}$
$(x+h)^n = x^n \left(1 + \frac{h}{x}\right)^n = x^n \left(1 + \frac{nh}{x}\right)$	$26^2 = (25+1)^2 = 25^2 \left(1 + \frac{1}{25}\right)^2 = 25^2 \left(1 + \frac{2}{25}\right) = 675 \text{ (676)}$ $4.1^3 = 4^3 \left(1 + \frac{3 \times 0.1}{4}\right) = 68.80 \text{ (68.92)}$
$\ln(x+h) = \ln x + \frac{h}{x}$	$\ln(4.5) = \ln 4 + \frac{0.5}{4} = 1.511 \text{ (1.505)}$ $\ln(21) = \ln 20 + \frac{1}{20} = 3.046 \text{ (3.047)}$
$\log(x+h) = \log x + \frac{h}{2.3x}$	$\log(120) = \log 100 + \frac{20}{2.3 \times 100} = 2.087 \text{ (2.079)}$
Si x et h en degrés : $\sin(x+h) = \sin x + \cos x \frac{h}{57.3}$ Si x et h en radians : $\sin(x+h) = \sin x + h \cos x$	$\sin(31^\circ) = \sin(30^\circ + 1^\circ) = \sin 30^\circ + \cos 30^\circ \frac{1}{57.3}$ $= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{57.3} = 0.5151 \text{ (0.5050)}$ $\sin\left(\frac{\pi}{3} + .1\right) = \sin \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{3} \times 0.1 = 0.916 \text{ (0.912)}$