# WINAK
Tuyaux
(Januari)

P.Kłosiewicz

14 december 2003

# Inhoudsopgave

# Hoofdstuk 1

# Algebra 1

## 1.1 De cursus, het vak en het examen

- *Algebra 1* (Prof Dr Van Steen)
- Eerste kan. F&T Wis
  Eerste kan. Wis-Inf.

Het theorie examen Algebra gebeurt mondeling, met schriftelijke voorbereiding. Prof Dr Van Steen zit meestal vooraan in het lokaal. De eerste hoofdvraag is voor iedereen dezelfde. Je gaat naar hem toe (of hij komt langs) als je de vraag hebt opgelost. Hij bekijkt jouw antwoord en stelt bijvragen. Nadien krijg je een nieuwe hoofdvraag. Meestal krijg je zo drie of vier vragen.

Het oefeningen examen Algebra gebeurt schriftelijk. Je mag je cursus niet gebruiken. Om de oefeningen goed te kunnen is het heel belangrijk dat je de theorie goed onder de knie hebt.

## 1.2 Tuyaux

### 1.2.1 Theorie

Een volledige tuyaux geven is hier onmogelijk, alles kan gevraagd worden, maar toch zijn er een aantal typische (lees "veel voorkomende") vragen. Zorg er vooral voor dat je het hoofdstuk over *groepentheorie* grondig kent.

- De drie *isomorfiestellingen* (geef en bewijs de eerste, geef ze alledrie en bewijs de tweede, ...).
- Geef en bewijs de *Chinese reststelling.*
- Geef en bewijs de *Stelling van Krull*
- Vul aan en bewijs:
  - $I$ is een *priemideaal* $\Longleftrightarrow R/I$ is ...
  - $I$ is een *maximaal ideaal* $\Longleftrightarrow R/I$ is ...
- Bewijs het *gelijke aantal linker- en rechternevenklassen.*
- Bewijs: *Elke moduulbasis heeft evenveel elementen.*
- Als je het eerste deel goed doorstaan hebt: *Noetherse ringen en modulen.*
- ...

**Voorbeeld 1**

1. Geef en bewijs: eerste isomorfiestelling.
2. Geef en bewijs het Euclidisch algoritme.
3. Vul aan en bewijs: $I$ is een . . . ideaal $\Longleftrightarrow \ldots$
4. Zij $K$ een lichaam; bewijs dat er een soort deling met rest bestaat in $K[X]$.

**Voorbeeld 2**

1. Geef de drie isomorfiestellingen en bewijs de derde.
2. Bewijs dat het aantal linkernevenklassen gelijk is aan het aantal rechternevenklassen.
3. Bewijs: Elke moduulbasis heeft evenveel elementen.
4. Definieer Noetherse ringen en modulen (geef de equivalenties).

**Voorbeeld 3**

1. Geef de "grote stelling" i.v.m. directe producten.
2. Geef en bewijs de Chinese reststelling.
3. Geef de Stelling van Krull en bewijs ze.
4. Toon aan: $(A, +) \equiv \mathbb{Z} - moduul$.

**Voorbeeld 4**

1. Geef en bewijs de tweede isomorfiestelling
2. Definieer commutatoren en bewijs de stelling over commutatorgroepen.
3. Definieer *char* en bewijs de stelling die we gezien hebben i.v.m. *char*.
4. Bewijs: $M$ Noethers, $N$ deelmoduul $\Longrightarrow N$ en $M/N$ Noethers.

**Voorbeeld 5**

1. Geef en bewijs de eerste isomorfiestelling.
2. (a) Wat is de orde van een element?
   (b) Bewijs: $o(x)$ eindig $\Longrightarrow \#\langle x\rangle = o(x)$.
3. Geef en bewijs de stelling van Burnside.
4. Bewijs: $N$ deelmoduul van $M$ zodat $N$ en $M/N$ Noethers $\Longrightarrow M$ Noethers.

**Bijvragen (voorbeelden)**

- Geef een voorbeeld van een ring $R$, waarvan $charR = 3$. [1]
- Geef een voorbeeld van een ring $R$, waarvan $n(R) = \#R = 9$ en $charR = 3$. [2]
- Geef een voorbeeld van een ring $R$, waarvan $charR = 3$, en oneindig veel elementen heeft. [3]
- Geef een aantal nuldelers, bv $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$. [4]
- Welgedefinieerdheid.
- ...

### 1.2.2 Oefeningen

Meestal zijn dit oefeningen die extreem hard lijken op degene die je in de klas hebt gemaakt. M.a.w. als je de oefeningen uit de klas kan oplossen, zit je goed.

**Voorbeeld: Januari 1995**

1. Zij $G$ een abelse groep en zij $a \in G$ en $b \in G$ elementen met eindige orde. Onderstel dat $o(a)$ en $o(b)$ onderling ondeelbaar zijn. Toon aan:
   (a) $\langle a, b\rangle \cong \langle a\rangle \times \langle b\rangle$;
   (b) $\langle a, b\rangle = \langle ab\rangle$.
2. Zij $\phi : G_1 \longrightarrow G_2$ een homomorfisme van groepen. Toon aan:
   (a) $\forall g \in G_1 : o(\phi(g))$ deelt $o(g)$;
   (b) $\phi$ injectief $\Longleftrightarrow \forall g \in G_1 : o(g) = o(\phi(g))$.
3. Zij $\phi : \mathbb{Q}[X] \longrightarrow \mathbb{C}$ een ringhomomorfisme. Toon aan:
   (a) $\forall a \in \mathbb{Q} : \phi(a) = a$;
   (b) $Ker(\phi)$ is altijd een priemideaal in $\mathbb{Q}[X]$.
4. Zij $R$ een commutatieve ring met een 1. Als $I$ een ideaal is in $R$, stel dan
   $$P(I) = \{a \in R \mid \exists n \in \mathbb{N} : n > 0 \wedge a^n \in I\}$$
   Toon aan:
   (a) $P(I)$ is een ideaal in $R$, en $I \subset P(I)$;
   (b) $P(P(I)) = P(I)$.
5. Zij $M$ een $R$-moduul en zij $I \subset R$ een ideaal. Stel
   $$IM = \{a_1m_1 + \ldots + a_km_k \mid k \in \mathbb{N}, a_i \in I, m_i \in M\}$$
   (a) Toon aan dat $IM$ een deelmoduul is van $M$.
   (b) Definieer op $M/IM$ een scalair product met elementen uit $R/I$ door $\overline{a} \cdot \overline{m} = \overline{a \cdot m}$. Toon aan dat dit scalair product welgedefinieerd is en dat de abelse groep $(M/IM, +)$ een $R/I$-moduul is voor dit scalair product.

[1] $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$
[2] $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$
[3] $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}[X]$
[4] Dit is een strikvraag; want $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$ is een lichaam, en in een lichaam zijn er geen nuldelers.

**Voorbeeld: September 1995**

1. Zij $A$ een cyclische groep met orde $n$. Toon aan:
$$3|n \Longleftrightarrow A \text{ heeft juist 2 elementen met orde 3.}$$

2. Zij $X$ een verzameling en zij $S \subset X$ een deelverzameling. Stel
$$A = \{\sigma \in S(X) \mid \sigma(S) = S\}$$
en
$$B = \{\sigma \in S(X) \mid \forall s \in S : \sigma(s) = s\}$$
Toon aan:
   (a) $A$ en $B$ zijn deelgroepen van $S(X)$.
   (b) $B$ is een normaaldeler in $A$.

3. Zij $K$ een lichaam. Stel $R = K \times K$ en definieer op $R$ een optelling '+' en een vermenigvuldiging '$*$' door:
$$(a, b) + (a', b') = (a + a', b + b') \quad \text{en} \quad (a, b) * (a', b') = (aa', ab' + a'b).$$
   (a) Toon aan dat $(R, +, *)$ een ring is (Wat is het neutraal element voor $*$ ?).
   (b) Definieer een afbeelding:
$$\phi : K[X] \longrightarrow R : F(X) \longmapsto \phi\big(F(X)\big) = \big(F(0), DF(0)\big)$$
   Toon aan dat $\phi$ een surjectief ringhomomorfisme is, met $Ker(\phi) = (X_2)$.
   (c) Toon aan dat $0.R$ en $\big((0,1)\big)$ de enige idealen zijn in $R$.
   (d) Toon aan dat $R^* = K^* \times K$.

4. Stel:
$$\gamma = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$$
$$A = \{a + b\gamma \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$$
$$N : A \longrightarrow \mathbb{Z} : a + b\gamma \longmapsto N(a + b\gamma) = a^2 - b^2 + ab$$
Toon aan:
   (a) $A$ is een deelring van $\mathbb{R}$.
   (b) $\forall x, y \in A : N(x \cdot y) = N(x) \cdot N(y)$
   (c) $x \in A^* \Longleftrightarrow N(x) = \pm 1$

**Voorbeeld: Januari 1996**

1. Als $H \subseteq G$ een echte deelgroep is van een cyclische groep $G$, toon dan aan dat:
$$[G : H] < \infty$$

2. Als $G_1$ en $G_2$ groepen zijn, $N_1 \lhd G_1$ en $N_2 \lhd G_2$ normaaldelers, toon dan aan dat:
   (a) $N_1 \times N_2 \lhd G_1 \times G_2$
   (b) $(G_1 \times G_2)/(N_1 \times N_2) \cong (G_1/N_1) \times (G_2/N_2)$

3. Zij $R$ een commutatieve ring zodat voor elke $x \in R$ er een geheel getal $n \geq 2$ bestaat met de eigenschap dat $x^n = x$, dan is elk priemideaal van $R$ maximaal. Bewijs.

4. Als $R$ een commutatieve ring is, $K$ en $L$ idealen in $R$, definieer dan

$$(K : L) = \{x \in R \mid xL \subseteq K\}$$

en bewijs de volgende beweringen:

(a) $(K : L)$ is een ideaal

(b) $K \subseteq (K : L)$

(c) $(K : L)L \subseteq K$

(d) Als $\{K_i \mid i \in I\}$ een familie idealen in $R$ is, dan geldt:

$$\left(\bigcap_{i\in I} K_i : L\right) = \bigcup_{i\in I} (K_i : L)$$

5. Geef alle idealen en alle maximale idealen van de ring $R \times R$ als $R$ een commutatieve ring is. Bewijs uw bewering.

**Voorbeeld: September 1996**

1. Toon aan dat het aantal elementen van orde 2 in een eindige groep $G$ ofwel nul ofwel oneven is. [5]

2. Zij $G$ een groep en zij $Aut(G)$ haar groep van automorfismen (de bewerking is de samenstelling van functies). Stel

$$I = \{\varphi \in Aut(G) \mid \exists g \in G : \varphi(x) = gxg^{-1}\}$$

Als $H \subseteq G$ een deelgroep is, stel dan

$$H_0 = \bigcap_{\varphi\in Aut(G)} \varphi(H)$$

Toon aan:

(a) $I$ is een normaaldeler in $Aut(G)$

(b) $\forall\varphi \in Aut(G) : \varphi(H_0) = H_0$

(c) $H_0$ is een normaaldeler in $G$

3. Zij $R$ een commutatieve ring zodat

$$\bigcap_{P:priemideaal} P = 0$$

en zij $x \in R$ zodat $x^n = 0$ vor zekere $n > 0$. Toon aan: $x = 0$.

4. Een $R$-moduul voortgebracht door één element noemen we cyclisch. Toon aan dat een $R$-moduul $M$ cyclisch is als en slechts als er een ideaal $I$ van $R$ bestaat zodat $M \cong R/I$.

5. Zij $R$ een commutatieve ring en $S \subseteq R$ een deelverzameling met de eigenschap dat $ss' \in S$ voor elke $s, s' \in S$. Definieer voor elk $R$-moduul $M$ de verzameling

$$T(M) = \{m \in M \mid \exists s \in S : sm = 0\}.$$

Toon aan:

(a) $T(M)$ is een deelmoduul van $M$

(b) $T\big(M/T(M)\big) = 0$

[5] Hint: Beschouw twee gevallen: de orde van $G$ is even (*Burnside*) of oneven (*Lagrange*).

**Nu een aantal recentere voorbeelden ...**

**Voorbeeld: Januari 2000**

1. Zij $G$ een groep en $\#G = p^3$ met $p$ priemgetal. Toon aan: als $\#Z(G) \geq p^2$, dan $G$ abels. [6]
2. Zij $\vartheta : G_1 \longrightarrow G_2$ een homomorfisme van groepen. Toon aan:
   (a) De orde van $\vartheta(g)$ deelt de orde van $g$ voor elke $g \in G_1$.
   (b) $\vartheta$ is injectief als en slechts als
   $$\forall g \in G_1 : o(g) = o(\vartheta(g))$$
3. Zij $a_i, m_i \in \mathbb{Z}, i = 1, 2$. Het stelsel
   $$\begin{cases} x = a_1 & (mod\ m_1) \\ x = a_2 & (mod\ m_2) \end{cases}$$
   heeft een oplossing als en slechts als $ggd(m_1, m_2) \mid (a_1 - a_2)$.
4. Is het ideaal $(2, 1 + \sqrt{-5})$ een priemideaal / maximaal ideaal in $\mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$? Toon aan.

**Voorbeeld: Januari 2001**

1. Zij $f : G \longrightarrow G'$ een homomorfisme van eindige groepen en zij $H \subset G$ een deelgroep. Zij $f' = f|_H$ de restrictie van $f$ tot $H$. Bewijs:
   (a) $\mathrm{Ker}f'$ is een deelgroep van $\mathrm{Ker}f$ en $\mathrm{Im}f'$ is een deelgroep van $\mathrm{Im}f$
   (b) $[G : H] = [\mathrm{Ker}f : \mathrm{Ker}f'] \cdot [\mathrm{Im}f : \mathrm{Im}f']$
2. Zij $G$ een eindige groep van orde $p^m$ met $m > 0$ en $p$ een priemgetal. Toon aan dat het centrum van $G$ dan orde $p^k$ heeft voor $0 < k \leq m$.[7]
3. Een element $a$ in een ring $R$ is *irreducibel* als $a$ niet omkeerbaar is en als uit $a = b \cdot c$ volgt dat $b$ of $c$ omkeerbaar is in $R$.
   (a) Toon aan: Zij $(a)$ een echt priemideaal in een gehele ring $R$, dan is $a$ irreducibel.
   (b) Laat met een voorbeeld zien dat de omgekeerde implicatie niet algemeen geldt. [8]
4. Zij $M$ een $R$-moduul en $L, N$ deelmodulen van $M$ zodat $L \subseteq N$. Toon aan dat $M/N$ isomorf is met $(M/L)/(N/L)$.

**Voorbeeld: September 2002**

1. Zij $G$ een groep van orde $pq$ waarbij $p$ en $q$ priemgetallen zijn. Bewijs dat elke echte deelgroep van $G$ cyclisch is.
2. Zij $H$ een deelgroep van een groep $G$ en $N \lhd G$. Toon aan:
   (a) $NH = \{nh \mid n \in N, h \in H\}$ is een deelgroep van $G$.
   (b) als bovendien $H \lhd G$, dan $NH \lhd G$.
   (c) als $H$ en $N$ eindige deelgroepen zijn van $G$ zodat $ggd\big(o(H), o(N)\big) = 1$, dan heeft $NH$ exact $o(N) \cdot o(H)$ elementen.

[6]Hint: bekijk $G/Z(G)$
[7]Hint: schrijf $G$ als unie van conjugatieklassen.
[8]Gebruik bijvoorbeeld de gehele ring $\mathbb{Z}\sqrt{-5}$.

3. Zij $F \in \mathbb{Z}[X]$ monisch. Toon aan: als $F$ mod $p$ irreducibel is in $\mathbb{F}_p[X]$ dan is $F$ irreducibel in $\mathbb{Q}[X]$.
   Geef een voorbeeld van een irreducibele vierdegraadsveelterm in $\mathbb{Q}[X]$.

4. Is het ideaal $(5, 2+i)$ een maximaal ideaal in de ring $\mathbb{Z}[i]$? Is het een hoofdideaal? Toon uw antwoorden aan.

**Voorbeeld: Januari 2003**

1. Zij $f : G \to G'$ een homomorfisme van groepen. Toon aan: $f$ is injectief als en slechts als
$$\forall x \in G : o(x) = o(f(x))$$

2. Zij $G$ een groep en $N$ een normaaldeler in $G$ van eindige index. Zij $H$ een eindige deelgroep van $G$ zodat de orde van $H$ relatief priem is met de index van $N$ in $G$ (d.w.z. $ggd(o(H), [G : N]) = 1$). Toon aan dat $H \subseteq N$.

3. Een element $a$ in een ring $R$ is *irreducibel* als $a$ niet omkeerbaar is en als uit $a = bc$ volgt dat $b$ of $c$ omkeerbaar is in $R$.
   (a) Toon aan: Zij $(a)$ een echt priemideaal in een gehele ring $R$ dan is $a$ irreducibel.
   (b) Laat met een tegenvoorbeeld zien dat de omgekeerde implicatie niet algemeen geldt (gebruik bijvoorbeeld $\mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$).

4. Is het ideaal $(13, i - 5)$ een maximaal ideaal in $\mathbb{Z}[i]$? Is het een hoofdideaal? Toon uw antwoorden aan.

# Hoofdstuk 2

# Meetkunde 1

## 2.1 De cursus, het vak en het examen

- *Meetkunde 1* (Dr Smet)
- Eerste kan. F&T Wis
  Eerste kan. Wis-Inf.

## 2.2 Tuyaux

Het is onmogelijk om voor dit examen een volledig tuyaux te geven. Vorige jaren stond dit examen geprogrammeerd in juni en werd het deel over *linearie algebra* minder ondervraagd dan nu.

### 2.2.1 Theorie

Het examen is mondeling met schriftelijke voorbereiding. Hoogstwaarschijnlijk krijgt iedereen van dezelfde groep dezelfde vragen die hij mag voorbereiden en nadien bespreken met Dr Smet.

### 2.2.2 Oefeningen

Dit examen gebeurt schriftelijk.

# Hoofdstuk 3

# Algemene fysica

## 3.1 De cursus, het vak en het examen

- *Algemene fysica 1* (Prof Dr Van Tendeloo)
- Eerste kan. F&T Wis.

Het theorie examen Algemene Fysica gebeurt mondeling, met schriftelijke voorbereiding. Iedereen krijgt dezelfde drie vragen, en na een aantal uren moet je je mondeling gaan verdedigen bij Prof Dr Van Tendeloo. Als je iets niet meer volledig weet, mag je één minuut in een (blanco) cursus kijken, en daarna verder werken. Er zal altijd één vraag i.v.m. Dynamica en één vraag i.v.m. Toestandsvergelijkingen en Kinetische Gastheorie bijzitten.

Het oefeningen examen Algemene Fysica bestaat uit het schriftelijk oplossen van theoretische vraagstukken. Je krijgt een formulelijst en je mag je zakrekentoestel gebruiken. Het gaat niet om rekenvraagstukken, maar om theoretische afleidingen, die nadien toegepast kunnen worden op een getallenvoorbeeld. O.a. de eskimo op de iglo is een echte klassieker.

## 3.2 Tuyaux

### 3.2.1 Theorie

- Kinematica
  - Harmonische trillingen
  - Doppler-effect
- Dynamica
  - Alle definities
  - Wetten van Kepler
  - Waterstofatoom van Bohr
  - Newton: theorie en toepassingen
- Hydrostatica
  - Alle definities
  - Overdruk in een zeepbel
  - Formule van Laplace
  - Oppervlakte-energie en -spanning: drie methoden om oppervlaktespanning te berekenen, het verband tussen oppervlakte-energie en -spanning, Terquem

- Hydrodynamica en Viscositeit
  - Formule van Bernouilli
  - Viscositeit
  - Laminaire en turbulente stroming
  - Wet van Poiseuille en toepassingen
- Warmte en -transport (Thermodynamica)
  - Thermische agitatie als gevolg van de anharmoniciteit van de roostertrillingen
  - Einstein en Debeye-model
- Toestandsvergelijkingen en Kinetische Gastheorie
  - Wilsonkamer en bellenvat
  - Molecuulmodel van een ideaal gas
  - Vrije weglengte
  - Maxwell-verdeling
  - Einstein-Schmoluchowski theorie der Brownse beweging
  - Zelfdiffusie
  - Verband tussen diffusiecoëffciënt en Boltzmann-constante.
  - Het getal van Avogadro ($N_A$): alles.

**Voorbeeldexamens**

**Voorbeeld: Januari 1994 Groep 1**

1. Beschouw een vallende regendruppel, waarbij wrijving door de lucht een rol speelt. Toon aan dat de snelheid na voldoende lange tijd constant wordt. Definieer het begrip relaxatietijd.
2. Bereken de druk in een bewegend (ideaal) fluïdum. Hoe meet je die?
3. Definieer de soortelijke warmte. Hoe varieert die als functie van de temperatuur?

**Voorbeeld: Januari 1994 Groep 2**

1. Hoe meet je de uitstroomsnelheid van een gas? Hoe meet je de viscositeit van een vloeistof?
2. Definieer de volume-uitzettingscoëffciënt. Geef een uitdrukking voor de volumeverandering als functie van het temperatuursverschil.
3. Definieer de diffusiecoëffciënt $D$. Geef een uitdrukking voor de diffusiecoëffciënt $D$ als functie van microscopische grootheden. Hoe varieert $D$ als functie van druk en temperatuur? Bestaat er een betrekking tussen de diffusiecoëffciënt en de Boltzmannconstante?

**Voorbeeld: September 1994**

1. Atoommodel van Bohr. Wat is het? Basisveronderstellingen en benaderingen? Kan je het model experimenteel bevestigen? Hoe verandert de energie van een elektron als functie van de afstand tot de kern?
2. Bereken de stijghoogte van het vrije vloeistofoppervlak in de nabijheid van een vlakke wand.
3. Definieer de viscositeitscoëffciënt $\eta$. Geef een uitdrukking voor de viscositeitscoëffciënt $\eta$ als functie van microscopische grootheden. Hoe varieert $\eta$ als functie van druk en temperatuur?

**Voorbeeld: Januari 1995 Groep 1**

1. Atoommodel van Bohr. Wat is het? Basisveronderstellingen en benaderingen? Kan je het model experimenteel bevestigen? Hoe verandert de energie van een elektron als functie van de afstand tot de kern?

2. Definieer de circulatie van een vectorveld en bereken de hydrodynamische stuwkracht op een (vereenvoudigde) vliegtuigvleugel.

3. Welke manieren ken je om het getal van Avogadro $N_A$ te bepalen? Hoe definieer je vrije weglengte en hoe meet je deze?

**Voorbeeld: Januari 1995 Groep 2**

1. Beschrijf de variatie van de zwaarteversnelling met de breedteligging op aarde. Waarom geeft die afleiding niet het correcte resultaat, t.t.z. welke benadering heb je gemaakt?

2. Definieer de soortelijke warmte. Hoe meet je die? Hoe verloopt de soortelijke warmte als functie van de temperatuur? Bespreek de betrekking $C_V = 3 \cdot N_A \cdot k$.

3. Welk verband bestaat er tussen de diffusiecoëffciënt $D$ en de Boltzmann-constante $k$?

**Voorbeeld: September 1995**

1. Bespreek volledig het Doppler-effect.

2. Beschouw een vallende regendruppel, waarbij wrijving door de lucht een rol speelt. Bespreek volledig en definieer het begrip relaxatietijd.

3. Naar keuze: Maxwell-verdeling of thermische geleidingscoëffciënt.

**Voorbeeld: Januari 1996**

1. Geef de bewegingsvergelijkingen voor een harmonische trilling, uitgaande van het behoud van energie. Waarom kan een model van harmonische trilling geen warmteuitzetting in een vaste stof verklaren?

2. Bereken de kracht op de wand van een vat dat een stilstaande vloeistof bevat, zonder rekening te houden met oppervlakte-effecten.

3. Definieer het getal van Avogadro $N_A$. Hoe bereken je $N_A$ en bespreek de nauwkeurigheid van de verschillende methoden.

**Nu een aantal recentere voorbeelden . . .**

**Voorbeeld: Januari 2000**

1. De valversnelling $g$ varieert zowel met de hoogte boven de aarde als met de breedteligging op de aarde. Toon dit aan en geef een uitdrukking voor de zwaarteversnelling op een bepaalde breedteligging $\varphi$ als de zwaarteversnelling aan de evenaar gekend is.

2. Hoe meet je de snelheid van een gas (twee manieren)?

3. De Einstein-Schmoluchowski theorie der Brownse beweging. Wat is een "Brownse beweging"? Wat zijn de basisveronderstellingen voor de berekening? Toon aan dat de kwadratische verplaatsing lineair toeneemt met de tijd. Wat kan je hiermee aanvangen?

**Voorbeeld: Januari 2001**

1. Beschouw een vallende regendruppel, waarbij wrijving door de lucht een rol speelt. Bespreek het snelheidsverloop volledig en definieer het begrip relaxatietijd.
2. Bespreek oppervlakte-energie en spanning volledig, en bespreek ook de methode van Terquem.
3. Geef en beschouw volledig de Einstein-Schmoluchowski theorie der Brownse beweging.

**Voorbeeld: Januari 2003**

1. Hydrostatica:
   - Wat is oppervlaktespanning?
   - Wat is het verschil met oppervlakte-energie?
   - Hoe meet je de oppervlaktespanning? (uitwerken)
2. Hydrodynamica:
   Hoe meet je de viscositeit?
   - van water
   - van olie
3. Kinetische gastheorie:
   - Welke zijn de basisonderstellingen van de kinetische gastheorie?
   - Bewijs dat de totale energie van een deeltje binnen de kinetische gastheorie enkel van de temperatuur afhangt.

### 3.2.2 Oefeningen

**Voorbeeld: Januari 1994**

1. Een houten kubus met zijde $0,1\ m$, en dichtheid $500\ kg/m^3$, drijft op water in een bekerglas. Men voegt olie toe ($\rho_0 = 800\ kg/m^3$) tot de olie $0,04\ m$ onder het bovenvlak van de kubus staat. Hoe groot is de druk aan de onderzijde van de kubus? ($p_{atm} = 10^5\ Pa$)
2. Een spoorwegbufferveer heeft een krachtsconstante $k = 24 \cdot 10^7\ N/m$. Een trein van 5000 ton rolt tegen de buffer en drukt deze daarbij 15 $cm$ in. Met welke snelheid raakte de trein de buffer?
3. Een stalen bol met massa $m_1$ hangt aan een touw met lengte $l$. De bol wordt vanuit horizontale positie losgelaten. Op zijn laagste punt botst hij tegen een stalen bol met massa $m_2$. Veronderstel een elastische botsing van de bollen; bereken de respectievelijke snelheden van de bollen juist na de botsing en de hoogtes die ze bereiken. Veronderstel een volledig inelastische botsing van de bollen; welke hoogte bereikt het massacentrum na de botsing?
4. Een bol met straal $r$ en dichtheid $\rho_b$ valt van 1 m hoogte in een olie met viscositeit $\eta$ en dichtheid $p_0$. Tot welke snelheid zal de viskeuze wrijvingskracht (Wet van Stokes) de bol afremmen?
5. Een cilindrisch vat heeft een diameter van $0,10\ m$ en een hoogte van $0,20\ m$. Aan de basis is een holte van 1 $cm^2$ aangebracht. Er loopt water in het vat met een snelheid van $1,4 \cdot 10^{-4}\ m^3/s$. Bepaal de hoogte tot waar het water zal stijgen in het vat.

**Voorbeeld: Januari 1994**

1. Een variabele kracht $F$ is gericht volgens de raaklijn van een wrijvingsloos cilindrisch oppervlak met straal $R$. Door de kracht te variëren wordt een blok met massa $m$ langs het oppervlak bewogen terwijl een veer met krachtsconstante $k$ vanuit positie 1 naar positie 2 wordt uitgetrokken. Bereken de arbeid geleverd door de kracht $F$.

2. Twee ringen met respectievelijke massa's $m_1 = 2,0\ kg$ en $m_2 = 5,0\ kg$ bewegen zonder wrijving op een horizontale staaf. De lichtste ring heeft een snelheid van 17 $m/s$ en haalt de andere ring in die een snelheid heeft van 3 $m/s$. Aan de zware ring is langs de kant waarlangs de lichtste ring nadert een veer bevestigd met $k = 4480\ N/m$. Hoever wordt de veer ingedrukt bij botsing van twee deeltjes? Wat zijn de snelheden na de botsing?

3. Een rubberen (kinder)ballon met een massa van $2,5\ g$ is gevuld met helium met een dichtheid van $0,33\ kg/m^3$. De ballon is sferisch, met een straal van 12 $cm$. Een lang katoenen touwtje met een massa van 2 $g$ hangt aan de onderkant van de ballon. Aanvankelijk ligt het touwtje op de grond, maar wanneer de ballon opstijgt, trekt het het touwtje mee, en strekt het het uit. Op welke hoogte zal de ballon ophouden met stijgen, omwille van het gewicht van het touwtje? ($\rho_{lucht} = 1,29\ kg/m^3$)

4. Hydraulische pers. Toon aan dat
$$F_2 = \frac{S_2}{S_1} \cdot F_1$$
gebruik makend van de Wet van Bernouilli.

**Voorbeeld: Januari 1995**

1. De figuur (op bord) stelt een betonnen dammuur voor ($\rho_{beton} = 3000\ kg/m^3$). De muur is 12 $m$ hoog en de lengte van de muur — loodrecht op de figuur — is 30 $m$. Zoek de minimumwaarde voor de dimensie $x$, als de muur niet mag kantelen om een punt $o$, bij een waterniveau van 10 $m$.

2. In de ruimte, ver van de invloed van de aarde of andere hemellichamen, worden twee massa's geplaatst op $40,0\ m$ uit elkaar, en los gelaten. Als $m_1 = 50,0\ kg$ en $m_2 = 100,0\ kg$, wat is dan de snelheid van elke massa als de onderlinge afstand nog $20,0\ m$ bedraagt; wat is dan de relatieve snelheid van de massa's?

3. Een ijsblokje van 50 $g$ komt uit een diepvriezer bij $-10°C$ en wordt in een glas water van $0°C$ gegooid. Hoeveel water vriest vast aan het ijsblokje?

4. Een stalen benzinetank (hoogte 30 $cm$, lengte 60 $cm$, breedte 60 $cm$) drijft met een diepgang van 20 $cm$ in water. De tank wordt gevuld met $1,2\ l$ benzine (dichtheid 730 $kg/m^3$). Zal de gevulde tank nog drijven? Verwaarloos het volume van het staal.

5. Het vat voorgesteld in de figuur (op bord) is bovenaan hermetisch gesloten. De hoogte van het vat is 4 $m$, de diameter $1,5\ m$. Het bevat water tot op een niveau van $3,5\ m$ waarboven een druk heerst van 2 $atm$. Wat is de initiële snelheid van het water dat de buis verlaat? Op welk niveau houdt het water op met stromen?

**Voorbeeld: Januari 1995**

1. Een planetoïde met massa $m$ nadert een ster met massa $M$ vanop grote afstand, zoals voorgesteld op de figuur (op bord). Wat is de kortste afstand van nadering tussen planetoïde en ster?

2. Een 100 $g$ wegende houten schijf schuift over een wrijvingsloos oppervlak en botst tegen een tweede schijf die in rust is. Na de botsing beweegt de eerste schijf onder een hoek van $90°$ met haar oorspronkelijke bewegingsrichting en de tweede onder een hoek van $20°$ met het originele pad van de eerste schijf. Als de botsing volledig elastisch is, wat is dan de massa van de tweede schijf?

3. Een massa $m_1$ bevindt zich op een geheld wrijvingsloos oppervlak dat een hoek $\alpha$ maakt met de horizontale. Bovenaan de helling loopt de koord over een wiel en een tweede massa $m_2$ hangt loodrecht naar beneden aan het andere uiteinde van de koord. Berken in functie van $m_1$ en $m_2$ de versnelling van beide massa's en de spankracht van de koord.

4. 1 $l$ water wordt $10°C$ onderkoeld (en bevindt zich dus bij $-10°C$). Door het inwerpen van 20 $g$ ijs bij $0°C$ bevriest een deel van het water ogenblikkelijk. Hoeveel $g$ ijs wordt gevormd, en welke temperatuur heeft dit ijs?

5. Een houten bolletje wordt op 2 $m$ boven een wateroppervlak losgelaten. Bereken tot op welke diepte het bolletje zinkt als het een dichtheid $\rho_h$ heeft van 700 $kg/m^3$ en een straal $r = 0,02\ m$. Verwaarloos wrijving.

**Voorbeeld: Januari 1996**

1. Een eskimo zit bovenop de top van zijn half bolvormige iglo (straal $R$). Door een klein duwtje begint hij naar beneden te glijden (verwaarloos wrijving). Tot in welk punt blijft de eskimo in contact met het ijsoppervlak? Op welke afstand van de iglo komt hij op de grond terecht?

2. Veronderstel dat men een tunnel zou (kunnen) boren die Antwerpen en New York langs een rechte lijn met elkaar verbindt. De afstand tussen beide steden — gemeten langs het (gekromde) aardoppervlak — is 5880 $km$. Een wagentje rolt vanuit rust de tunnel in, over een wrijvingsloos spoor. Wat is de maximale snelheid die het wagentje bereikt in de tunnel in de veronderstelling dat de aarde een homogene dichtheid heeft. Als een meer realistische dichtheidsverdeling — d.w.z. hogere $\rho$ in centrum — in rekening gebracht zou worden, zou je dan een grotere, kleinere of dezelfde snelheid vinden? Gegeven wordt: straal aarde $R_A = 6371\ km$, massa aarde $M_A = 5,9737 \cdot 10^{24}\ kg$.

3. Een blok met massa $m$ wordt op de schuine zijde van een wig met massa $M$ gelegd, die op haar beurt over een horizontale tafel kan glijden (zie figuur (op bord)). De schuine zijde van de wig maakt een hoek $\alpha$ met de horizontale en alle oppervlakken (van tafel, wig en blok) zijn wrijvingsloos. Als het systeem aanvankelijk in rust is met hoekpunt $P$ van het blok op een hoogte $h$ boven de tafel, wat zijn dan de snelheden van blok en wig op het moment dat het hoekpunt $P$ de tafel raakt? Pas toe voor $m = 0,25\ kg, M = 1\ kg$ en $\alpha = 30°$.

4. Wat is het eindresultaat wanneer men 0,12 $kg$ ijs van $0°C$ en 1 $kg$ aluminium van $600°C$ samenvoegt in een calorimeter met een verwaarloosbare warmtecapaciteit? Gegeven wordt:
   $c_{ijs} = 2100\ J/kgK$
   $c_w = 4187\ J/kgK$
   $c_{stoom} = 2010\ J/kgK$
   $L_{sm} = 3,349 \cdot 10^5\ J/kg$
   $L_v = 2,257 \cdot 10^6\ J/kg$
   $c_{Al} = 908,5\ J/kgK$

5. Een "waterraket" bestaat uit een cilindervormig vat (oppervlakte grondvlak $S_1 = 100\ cm^2$, hoogte $H = 10\ cm$), met aan de onderzijde een kleine opening ($S_2 = 0,1\ cm^2$). Aanvankelijk is het vat voor de helft gevuld met water en voor de andere helft met gecompresseerde lucht (druk $p_0$), en afgesloten met een stop. Hoe groot moet de initiële druk $p_0$ minstens zijn opdat de raket de grond zou verlaten onmiddellijk na het verwijderen van de stop? Hoe

groot moet $p_0$ minstens zijn opdat de raket de grond "ooit" zou verlaten (d.w.z. voor al het water uit het vat gestroomd is)? De massa $M$ van het lege vat is 10 $g$. Veronderstel een constante temperatuur.

**Nu een aantal recentere voorbeelden ...**

Omdat er geen tuyaux bewaard zijn gebleven van Januari 2000, springen we maar ineens over naar de tuyaux van Januari 2001.

**Voorbeeld: Januari 2001**

1. Een eskimo zit bovenop de top van zijn half bolvormige iglo (straal $R$). Door een klein duwtje begint hij naar beneden te glijden (verwaarloos wrijving). Tot in welk punt blijft de eskimo in contact met het ijsoppervlak? Op welke afstand van de iglo komt hij op de grond terecht?

2. Een bimetaal bestaat uit een plaatje Invar-staal ($\alpha = 9 \cdot 10^{-7}\ {}^\circ C^{-1}$) en een aluminium plaatje ($\alpha = 24 \cdot 10^{-6}\ {}^\circ C^{-1}$). Elk van beide plaatjes heeft een dikte $d = 0,1\ mm$ en een lengte $l = 10\ cm$. Bereken de zijwaartse verplaatsing van het uiteinde van dit bimetaal bij een temperatuurstoename $\Delta T = 10^\circ C$. Vergelijk de gevonden verplaatsing met de verplaatsing (lengteverandering) die een afzonderlijk Al-plaatje (zelfde afmetingen) zou opleveren. [1]

3. Twee zeer grote open vaten, $A$ en $F$, bevatten beide dezelfde vloeistof. Een horizontale buis $BCD$ wordt bevestigd aan de bodem van vat $A$ en bevat een vernauwing bij $C$. Een verticale buis $E$ wordt bevestigd aan de vernauwing in $C$ en leidt vloeistof naar vat $F$. Veronderstel een normale stroom en geen viscositeit. Als de dwarsdoorsnede in $C$ de helft bedraagt van de dwarsdoorsnede in $D$ en als $D$ zich bevindt op een afstand $h_1$ onder het vloeistofniveau in $A$, tot welke hoogte $h_2$ zal de vloeistof dan stijgen in buis $E$? Druk je antwoord uit in termen van $h_1$ en verwaarloos de verandering van atmosferische druk met de hoogte.

4. Een vrouw tilt een massa $M$ op met behulp van een katrol, geplaatst ter hoogte van haar hand. Haar voorarm is $f = 24\ cm$ lang, en haar biceps spieren zijn daaraan bevestigd op $a = 3\ cm$ van de elleboog. Bereken de spanning $T$ in haar biceps als haar bovenarm en voorarm hoeken $\vartheta$ en $\varphi$ maken t.o.v. de verticale. Als ze $\vartheta = \varphi$ houdt, zal het tillen van de massa dan gemakkelijker of moeilijker gaan?

[1] Hints. De vervormde plaatjes vormen concentrische cirkelbogen. Veronderstel verder dat het midden van elk van de plaatjes — d.i. op afstand $d/2$ van het midden van het bimetaal — zijn "normale" thermische uitzetting uitvoert, terwijl op andere plaatsen ten gevolge van spanningen een andere lengteverandering optreedt.

# Hoofdstuk 4

# Programmeren: Oberon

## 4.1 De cursus, het vak en het examen

- *Programmeren Oberon* (Prof Dr Arickx)
- Eerste kan. F&T Wis.
  Eerste kan. Wis-Inf.

## 4.2 Tuyaux

### 4.2.1 Theorie

**Voorbeeld**

1. De volledige syntaxspecificatie van Oberon(-2) is samengevat in EBNF-vorm. Is dit voldoende voor de compiler om eem compilatie-eenheid op correctheid te testen en machinecode te genereren? Zo niet, wat is er meer nodig en waarom?
2. Compatibiliteitsregels geven soms aanleiding tot "versoepeling" van de type-checking. Som zo voledig mogelijk de in Oberon(-2) aanwezige compatibiliteitsregels op, en geef telkens aan waarom de "versoepeling" nuttig of belangrijk is.
3. Veronderstel een globale variabele met identifier "naam", en een lokale variabele van een procedure, eveneens met identifier "naam".
   (a) Mag dit?
   (b) Als het mag, moeten ze dan van hetzelfde type zijn?
   (c) Als het mag, in welke situatie wordt elke variabele gebruikt, en wat gebeurt er op dat ogenblik met de andere?
4. Wat is het onderscheid tussen "procedurele"- "data"- en "object-georiënteerde" abstractie?
5. In de cursus programmeren staat het concept Abstract Data Type (ADT) eigenlijk centraal, en dienen de meeste behandelde onderdelen om dit concept qua opbouw, maar ook qua beveiliging ultiem te ondersteunen.
   Geef voldoende omstandig definitie, nut, toepassingsgebied en voordelen (eventuele nadelen) weer van een ADT.
   Leg voldoende omstandig uit op welke wijze elk van de volgende trefwoorden (eventueel) met ADT's te maken hebben, en/of hoe ze het concept helpen realiseren; bedenk de betekenis van "...qua opbouw, maar ook qua beveiliging ..." uit de inleidende zin hierbij:
   (a) Type (algemeen)

(b) Samengestelde types
(c) Procedures
(d) Parameters
(e) Type-compatibiliteitseigenschappen
(f) Modules
(g) Pointers
(h) Controlestructuren
(i) Objecten
(j) Polymorfisme

### 4.2.2 Oefeningen

Je krijgt een programmeeropdracht die je gedurende het examen in het computerlabo zelf dient te maken. Je mag normaal gezien alle hulpmiddelen (cursus, nota's, boek) behalve het internet (toegang wordt afgesloten) gebruiken. Meestal bestaat de opdracht uit 2 programma's die je moet schrijven.

**Voorbeeld: Januari 2003**

Dit examen bestaat uit twee oefeningen die elk gequoteerd zullen worden op 20 punten. De punten vermeld achter *basis* in oefening 2, en vóór elk puntje onder *uitbreidingen* van oefening 2 staan dus op 20. Het uiteindelijke cijfer voor dit examen wordt dan als volgt bepaald: het cijfer behaald op oefening 1 wordt herschaald naar 6, het cijfer behaald op oefening 2 wordt herschaald naar 14.

1. Schrijf een programma dat de Fibonacci getallen recursief berekent. Lees een getal $n$ in en druk vervolgens de Fibonacci getallen af tot en met $F_n$. $F_0 = 0$
   $F_1 = 1$
   $F_i = F_{i-1} + F_{i-2}$ voor $i < 1$

2. Schrijf een programma voor het bijhouden van een verjaardagskalender. Een verjaardagskalender is *niet* gebonden aan een kalenderjaar. Dit wil zeggen dat de weekdagen niet vermeld worden en dat de maand februari steeds 29 dagen telt. Lees na de basis hieronder ook de uitbreidingen voordat je begint te programmeren!

   **Basis: (12 punten)** Het programma moet volgende mogelijkheden bieden:

   - Personen moeten kunnen worden toegevoegd aan de verjaardagskalender. Van een persoon moeten naam, voornaam en geboortedatum bijgehouden worden. Let op: meerdere personen kunnen op dezelfde dag jarig zijn!
   - De verjaardagskalender moet kunnen worden afgedrukt als een gewone kalender (dagen waarop niemand verjaart moeten dus ook afgedrukt worden).
   - Personen moeten terug uit de verjaardagskalender kunnen verwijderd worden, op basis van naam *en* voornaam.
   - De verjaardagskalender moet terug leeg gemaakt kunnen worden.

   Voorbeeld:

```
Januari
  1 |
  2 |
  3 | Mel Gibson (1956)
  4 |
```

```
 5 |
 6 |
 7 | Nicolas Cage (1964), Kevin Costner (1955)
 8 |
 9 |
 .
 .
 .

Februari

...
```

**Uitbreidingen:** Als uitbreidingen op de basis kan en mag je nog de volgende functionaliteiten voorzien:

- (2 punten) Zorg ervoor dat de gebruiker kan opgeven welke maand van de kalender moet worden afgedrukt.
- (3 punten) Voorzie een zoekfunctie waarmee de gebruiker op basis van naam *en* voornaam de geboortedatum kan vinden.
- (3 punten) Maak de verjaardagskalender object-georiënteerd.
- (4 punten) Voorzie een functie die een aantal statistieken op de leeftijd van de personen van de verjaardagskalender weergeeft. Je hoeft enkel rekening te houden met de leeftijd in jaren. Dus als het vandaag 29 januari 2003 is, is iemand die op 31 juli 1979 geboren is, 24 jaar. De statistieken die moeten worden voorzien, zijn:
  - Het aantal personen in de verjaardagskalender.
  - De gegevens van de jongste persoon.
  - De gegevens van de oudeste persoon.
  - De gemiddelde leeftijd (in jaren).
- (5 punten) Zorg ervoor dat de verjaardagskalender kan weggeschreven worden naar bestand en terug kan worden ingelezen.

# Hoofdstuk 5

# Computersystemen

## 5.1 De cursus, het vak en het examen

- *Computersystemen* (Prof Dr Dhaene)
- Eerste kan. Wis-Inf.
  Eerste kan. Inf.

Een quasi-volledig schriftelijk examen. Je krijgt een blad met vragen die je moet oplossen. Als je klaar bent ga je langs bij Prof Dr Dhaene die uw examen vluchtig overloopt en eventueel nog kleine bijvraagjes stelt.

Wis-Inf studenten hebben geen examen oefeningen van dit vak.

## 5.2 Tuyaux

Prof Dr Dhaene geeft aan het einde van het semester een lijst met mogelijke examenvragen om de studenten de kans te geven om "gericht" te studeren. De werkelijke examenvragen zijn heel gelijkaardig.
Zie ook tuyaux Informatica.